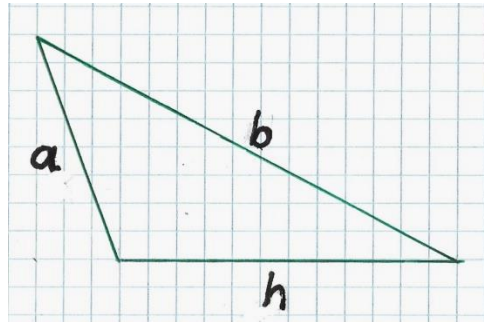


Egy látókör - feladat

A feladat

Adott az (a, b, h) oldalakkal bíró háromszög – 1. ábra.

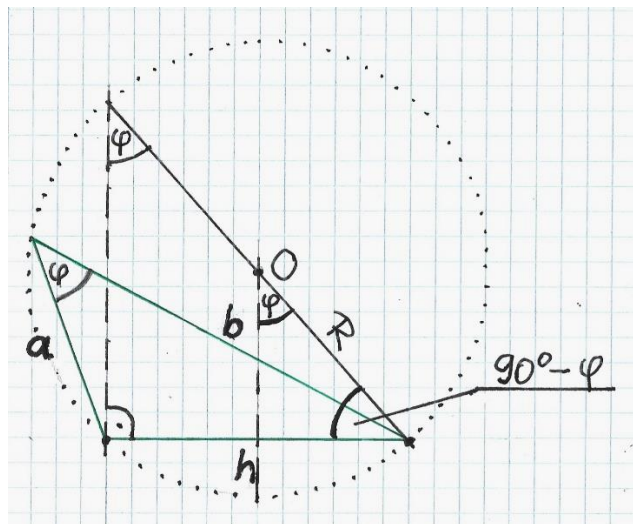


1. ábra

A h szakasz egy kör húrja, az a és b oldalak pedig egy látószög szárai.
Határozzuk meg a látószög nagyságát és a látókör sugarát!

A megoldás

Ehhez tekintsük a 2. ábrát! Itt az a és b szakaszok által bezárt szöget φ - vel jelöltük.



2. ábra

A *szერkesztéses megoldás* úgy indul, hogy merőlegest állítunk a h szakaszra, annak bal oldali végpontjában. Ezután a h szakasz jobb oldali végpontjából felmérjük a $90^\circ - \varphi$ szöget. E két egyenes a látókörön metszi egymást, amiből szintén φ szög alatt látszik a h szakasz. A h szakasz felező merőlegese pedig kimetszi a látókör O középpontját, ezzel pedig annak R sugarát is.

A számításos megoldás során először koszinusztétellel:

$$h^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \varphi \rightarrow \cos \varphi = \frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b}, \quad (1)$$

innen:

$$\underline{\underline{\varphi = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)}}. \quad (2)$$

Ezután derékszögű háromszögből:

$$\sin \varphi = \frac{h}{2 \cdot R}, \quad (3)$$

amiből (2) és (3) - mal is:

$$R = \frac{h}{2 \cdot \sin \varphi} = \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{\sin\left[\arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)\right]}, \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{R = \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{\sin\left[\arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)\right]}}}. \quad (4)$$

Ezzel kitűzött feladatunkat megoldottuk.

Megjegyzések:

M1. A megoldás során felhasznált összefüggések tekintetében ld. pl.: [1]!

M2. A megoldás még más, az előzővel egyenértékű alakba is átírható. Ilyen például ez:

$$R = \frac{h}{2 \cdot \sin \varphi} = \frac{h}{2 \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}} = \frac{h}{2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)^2}}, \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{R = \frac{h}{2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)^2}}}. \quad (5)$$

M3. Meglehet, találkoztunk már e feladattal egy példatárban, csak nem emlékszünk rá; vagy nem, és akkor itt egy új feladat.

M4. Megkérdezhető még, hogy hol van a látókör középpontja. A válasz: a **h** szakasz felező merőlegesén, a **h** szakasz felett és alatt **t** = **R** · **cos** **φ** távolságra. Ezzel mindjárt arra is

utaltunk, hogy két látókör is van. Kifejtve (1) és (5) - tel:

$$t = \frac{h}{2} \cdot \frac{\frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b}}{\sqrt{1 - \left(\frac{a^2 + b^2 - h^2}{2 \cdot a \cdot b} \right)^2}} . \quad (6)$$

(A t mennyiséget nem tüntettük fel a 2. ábrán.)

M5. Valójában a kör h szakasz alatti része nem tartozik a látókörhöz, mint ahogy a h szakasz két végpontja sem. Erre nézve lásd a korábbi *) írásunkat is!

Ajánlott olvasmány:

*) [Megint a látókor témájához.pdf \(galgoczi.net\)](#)

Forrás:

[1] – **I. N. Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev:** Matematikai zsebkönyv
2. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Szödliget, 2024. 05. 11.

Továbbiak: www.galgoczi.net